

< 3 × 3 の魔方陣 >

1 から 9 までの 9 個の整数を 3 × 3 のマスに 1 個ずつ入れて、全ての縦、横、斜めの数の和が 15 になるようにする。

右の表がその答。回転したり、上下、左右に折り返して一致するものは同じものとみなせるので、答はこの 1 つしかない。

まず中心のマスだが、5 になるわけは次の 2 通りが考えられる。

2	9	4
7	5	3
6	1	8

その 1) 方程式で解く

9 個のマスに入る数を左の表のように、a、b、c、d、e、f、g、h、i とする。

$$b+e+h=15 \cdots \textcircled{1}$$

$$d+e+f=15 \cdots \textcircled{2}$$

a	b	c
d	e	f
g	h	i

$$a+e+i=15 \cdots \textcircled{3}$$

$$c+e+g=15 \cdots \textcircled{4}$$

①、②、③、④の両辺をそれぞれ足し算すると、

$$(b+e+h)+(d+e+f)+(a+e+i)+(c+e+g)=15 \times 4$$

$$(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+3e=60$$

a+b+c+d+e+f+g+h+i は 1 から 9 までの和だから 45。

よって、 $45+3e=60$ より $e=5$ 。中心は 5 である。

その 2) 言い回しで説明する

中心は 5 であると言いたいが、あえて 5 でないとしてみる。

中心が 6 とすると、中心以外のどこかのマスに 9 が入るが、 $9+6$ で 15 であるから、9 の反対側に入る数がない。したがって、中心は 6 にはできない。7 以上でも同様。

中心が 4 とすると、中心以外のどこかのマスに 1 が入るが、 $1+4$ で 5 であるから、1 の反対側に入る数がない。したがって、中心は 4 にはできない。3 以下でも同様。

すなわち、中心は 6 以上にも 4 以下にもできないから 5 しか入らない。

中心が 5 であることは分かったが、中心以外のマスに残りの 8 個の数がどのように入るか。中心の数は確定するが、周りの数は回転できたり対象に移動できたりして 1 つに定まらないから、方程式ではすんなり解けない。そこで、言い回しで説明する方法を考えることになるが、この先は力試しに自分で挑戦してみてください。

以下は余談。興味があったら読んでみてください。

その 2) の言い回しで説明する方法は、高校の数学で習う「背理法 (はいりほう)」という証明法です。あることを証明する際、直接的に示しにくいときにあえて結論を否定して (上の問題で言うと、中心は 5 と言いたいのだが、あえて 5 でないとして) 話を進めると、うまくいかない (矛盾が生じる) ことを示し、だから結論は成り立つ、という証明法です。例) サイコロを 2 回振ったら、目の合計が 9 だった。少なくとも 1 回は 5 以上の目が出たはず。どうしてか?

当たり前ではありますが、直接的には説明しにくいです。そこで、あえて結論を否定して、「2 回とも目が 4 以下だったとするよ。そうすると、合計が 8 以下だから 9 にはなり得ないじゃないか」と言えばよいです。このような論法は日常的に無意識のうちに用いているでし

よう。

もうひとつ、魔方陣に関する話です。

1 から 16 までの整数で 4×4 の魔方陣が作れますが、解（答）は 880 通り、 5×5 の魔方陣（1 から 25 の整数）では 2 億 7530 万 5224 通りの解があるそうです。何年前にある高校生がある大学のスーパーコンピューターを使って、この解を 2 時間 36 分（今までにない速さ）で求めることに成功したことが話題になりました。巧みな計算法（アルゴリズム）を考案したそうです。

ちなみに 6×6 の魔方陣では、現在のコンピューター、プログラムでは、全ての解を求めるのに 160 兆年かかるだろうと言われています。